

Να λυθεί η εξίσωση : $|x|=2$

Οι αριθμοί των οποίων η απόλυτη τιμή είναι 2 είναι ο 2 και ο -2. Αν ζητάγαμε την λύση της εξίσωσης $|x|=200$, επειδή οι αριθμοί που έχουν απόλυτη τιμή 200 είναι ο 200 και ο -200 θα είχαμε την λύση $|x|=200 \Leftrightarrow x=200$ ή $x=-200$

Λύση: $|x|=2 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=-2$

Ασκήσεις:

1. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=13$
2. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=7$
3. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=5,4$
4. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=\frac{13}{7}$
5. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=\sqrt{8}$
6. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=\pi$

Να λυθεί η εξίσωση : $|x|=-2$

Λύση: Είναι γνωστό ότι το αποτέλεσμα της απόλυτης είναι πάντα θετικός αριθμός, άρα δεν υπάρχει αριθμός του οποίου η απόλυτη τιμή να ισούται με -2. Συνεπώς η απάντηση εδώ είναι ότι η εξίσωση είναι αδύνατη.

Ασκήσεις:

1. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-13$
2. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-7$
3. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-5,4$
4. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-\frac{13}{7}$
5. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-\sqrt{8}$
6. Να λυθεί η εξίσωση: $|x|=-\pi$

Από τον ορισμό της απόλυτης τιμής προκύπτει ότι η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός ενώ η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του. Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν δλδ $|0|=0$.

Παράδειγμα 1: $|3|=3$ διότι το 3 είναι θετικός αριθμός. Συνεπώς η απόλυτη τιμή του 3 είναι ο ίδιος ο αριθμός 3, διότι ο 3 είναι θετικός.

Παράδειγμα 2: $|-3|=-(-3)=3$ διότι το -3 είναι αρνητικός αριθμός. Άρα η απόλυτη τιμή του -3 είναι ο αντίθετος του, δλδ ο $-(-3)$ αφού ο -3

Συνεπώς πρέπει, προκειμένου να απαλλαγούμε από την απόλυτη τιμή, να αποφασίζουμε κάθε φορά αν η παράσταση ή ο αριθμός που βρίσκεται μέσα στην απόλυτη τιμή είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός.

είναι αρνητικός.

Αν $x>5$ να γραφεί η παράσταση $|x-5|$ χωρίς την απόλυτη τιμή

Λύση: Επειδή $x>5$ έχουμε ότι $x-5>0$, άρα $|x-5|=x-5$

Ασκήσεις:

1. Αν $x>2$ να γραφεί η παράσταση $|x-2|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
2. Αν $x>7$ να γραφεί η παράσταση $|x-7|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
3. Αν $x>-2$ να γραφεί η παράσταση $|x+2|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
4. Αν $x>1$ να γραφεί η παράσταση $|x-1|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
5. Αν $x>-5$ να γραφεί η παράσταση $|x+5|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
6. Αν $x>-7$ να γραφεί η παράσταση $|x+7|$ χωρίς την απόλυτη τιμή

Αν $x < 5$ να γραφεί η παράσταση $|x-5|$ χωρίς την απόλυτη τιμή

Λύση: Επειδή $x < 5$ έχουμε ότι $x-5 < 0$, άρα $|x-5| = -(x-5) = -x+5$

Ασκήσεις:

1. Αν $x < 2$ να γραφεί η παράσταση $|x-2|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
2. Αν $x < 7$ να γραφεί η παράσταση $|x-7|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
3. Αν $x < -2$ να γραφεί η παράσταση $|x+2|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
4. Αν $x < 1$ να γραφεί η παράσταση $|x-1|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
5. Αν $x < -5$ να γραφεί η παράσταση $|x+5|$ χωρίς την απόλυτη τιμή
6. Αν $x < -7$ να γραφεί η παράσταση $|x+7|$ χωρίς την απόλυτη τιμή

Παράδειγμα 3: Αν $2 < x < 4$ τότε

α) έχουμε $|x-2| = x-2$ διότι το x είναι μεγαλύτερο του 2 και συνεπώς το $x-2$ είναι θετικός αριθμός, άρα η απόλυτη τιμή του $x-2$ είναι η ίδια η παράσταση $x-2$.

β) έχουμε $|x-4| = -(x-4) = -x+4$ διότι το x είναι μικρότερο του 4 και συνεπώς το $x-4$ είναι αρνητικός αριθμός, άρα η απόλυτη τιμή του $x-4$ είναι ο αντίθετός του δηλ ο $-(x-4) = -x+4$.

γ) έχουμε $|x-2| + |x-4| = (x-2) + [-(x-4)] = (x-2) - (x-4) = x-2-x+4 = -2+4 = 2$

Ασκήσεις:

1. Αν $3 < x < 7$ να γραφεί η παράσταση $A = |x-3| + |x-7|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές
2. Αν $-3 < x < 5$ να γραφεί η παράσταση $A = |x+3| + |x-5|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές
3. Αν $-7 < x < -4$ να γραφεί η παράσταση $A = |x+7| + |x+4|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές

Παράδειγμα 4: Αν $3 < x < 7$ τότε να γραφεί η παράσταση $A = |x-3| + |x-1| + |x-7| + |x-11|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές

Λύση:

Επειδή $x > 3$ έχουμε $x-3 > 0$ άρα $|x-3| = x-3$.

Επίσης $3 > 1$ και άρα $x > 3 > 1$, συνεπώς $x > 1$, άρα $x-1 > 0$ και τελικά $|x-1| = x-1$.

Επειδή $x < 7$ έχουμε $x-7 < 0$ άρα $|x-7| = -(x-7)$.

Επίσης $7 < 11$ άρα $x < 7 < 11$, συνεπώς $x < 11$, άρα $x-11 < 0$ και τελικά $|x-11| = -(x-11)$.

Αν λάβουμε υπόψη μας όλα τα πιο πάνω έχουμε
 $A = |x-3| + |x-1| + |x-7| + |x-11| = (x-3) + (x-1) + [-(x-7)] + [-(x-11)] =$
 $= (x-3) + (x-1) - (x-7) - (x-11) = x-3+x-1-x+7-x+11 = -3-1+7+11 =$
 $= -4+18 = 14$

Ασκήσεις:

1. Αν $2 < x < 8$ τότε να γραφεί η παράσταση
 $A = |x-1| + |x-2| + |x-8| + |x-10|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές.
2. Αν $-3 < x < 4$ τότε να γραφεί η παράσταση
 $A = |x+3| + |x+5| + |x-5| + |x-4|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές.
3. Αν $-5 < x < -2$ τότε να γραφεί η παράσταση
 $A = |x-7| + |x+5| + |x+2| + |x+6|$ χωρίς τις απόλυτες τιμές

Να λυθεί η εξίσωση : $|x-5| = 2$

Αφού $|x-5| = 2$ έχουμε ότι η παράσταση $x-5$ είναι ο αριθμός 2 ή ο αριθμός -2.

Λύση:

$$|x-5| = 2 \Leftrightarrow x-5 = 2 \text{ ή } x-5 = -2 \Leftrightarrow x = 2+5 \text{ ή } x = -2+5 \Leftrightarrow x = 7 \text{ ή } x = 3$$

Παράδειγμα 5:

Να λυθεί η εξίσωση: $|-x+4|=3$.

Λύση:

$$|-x+4|=3 \Leftrightarrow -x+4=3 \text{ ή } -x+4=-3 \Leftrightarrow x=4-3 \text{ ή } x=4+3 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=7$$

Παράδειγμα 6:

Να λυθεί η εξίσωση: $|x-2|=-6$.

Λύση:

Όπως έχουμε προαναφέρει το αποτέλεσμα της απόλυτης είναι πάντα θετικός αριθμός, άρα δεν υπάρχει αριθμός ή παράσταση αλγεβρική της οποίας η απόλυτη τιμή να ισούται με αρνητικό αριθμό. Συνεπώς η απάντηση εδώ είναι ότι η εξίσωση είναι αδύνατη.

Παράδειγμα 7:

Να λυθεί η εξίσωση: $|2x-3|=9$

$$\text{Λύση: } |2x-3|=9 \Leftrightarrow 2x-3=9 \text{ ή } 2x-3=-9 \Leftrightarrow 2x=9+3 \text{ ή } 2x=-9+3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x=12 \text{ ή } 2x=-6 \Leftrightarrow x=\frac{12}{2} \text{ ή } x=\frac{-6}{2} \Leftrightarrow x=6 \text{ ή } x=-3$$

Παράδειγμα 8:

Να λυθεί η εξίσωση: $3|2x-3|=9$

$$\text{Λύση: } 3|2x-3|=9 \Leftrightarrow |2x-3|=\frac{9}{3} \Leftrightarrow |2x-3|=3 \Leftrightarrow 2x-3=3 \text{ ή } 2x-3=-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x=+3+3 \text{ ή } 2x=-3+3 \Leftrightarrow 2x=6 \text{ ή } 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{6}{2} \text{ ή } x=\frac{0}{2} \Leftrightarrow x=3 \text{ ή } x=0$$

Ασκήσεις:

Να λυθούν οι εξισώσεις:

1. $|x - 4| = 7$

2. $|2 - x| = 3$

3. $|x - 12| = -7$

4. $|x + 4| = 1$

5. $|2x + 5| = 7$

6. $|-3x + 1| = 3$

7. $3|4x + 3| = 15$

Να λυθεί η εξίσωση : $|x-5| = |x+3|$

Η εξίσωση $|x|=|a|$ έχει τις λύσεις $x=a$ ή $x=-a$ διότι δύο αριθμοί έχουν ίδια απόλυτη τιμή αν είναι ο ίδιος αριθμός (πχ $|2|=|2|=2$) ή είναι αντίθετοι αριθμοί (πχ $|2|=|-2|=2$)

Λύση:

$$|x-5|=|x+3| \Leftrightarrow x-5=x+3 \text{ ή } x-5=-(x+3) \Leftrightarrow x-x=3+5 \text{ ή } x-5=-x-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-x=3+5 \text{ ή } x-5=-x-3 \Leftrightarrow 0x=8 \text{ αδύνατη ή } x+x=5-3 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$$

Να λυθούν οι εξισώσεις:

1. $|x-4|=|x+2|$

2. $|x+1|=|x+3|$

3. $|x-5|=|x-7|$

4. $|-x+2|=|x+3|$

5. $|x-9|=|-x-3|$