Αν θέλουμε να υπολογίσουμε το $\sqrt[3]{8}$ τότε προσπαθούμε να βρούμε έναν θετικό αριθμό α ώστε $α^3=8$. Με μερικές δοκιμές θα προσπαθήσουμε να ανακαλύψουμε τον αριθμό α.

Αν α=1 τότε $α^3=1^3=1$ που δεν είναι 8, άρα ο αριθμός 1 δεν είναι ο αριθμός που ψάχνουμε.

Αν α=2 τότε $α^3=2^3=2\cdot2\cdot2=8$, άρα ο αριθμός 2 είναι ο αριθμός που ψάχνουμε οπότε γράφουμε $\sqrt[3]{8}=a \Leftrightarrow a=2$ διότι $α^3=2^3=8$.

Άσκηση 1η

Να υπολογισθεί η $\sqrt[4]{256}$

Λύση: Επειδή $4^4=256$ έχουμε ότι $\sqrt[4]{256}=4$

Στην περίπτωση που η ρίζα είναι η $\sqrt[2]{\ }$ τότε παραλείπουμε να γράψουμε τον αριθμό 2 συνεπώς έχουμε ότι $\sqrt[2]{\ }=\sqrt{\ }$

Να υπολογισθούν οι πιο κάτω ρίζες:

1.	$\sqrt{1}$	8.	$\sqrt{64}$	15.	$\sqrt{225}$
2.	$\sqrt{4}$	9.	$\sqrt{81}$	16.	$\sqrt{256}$
3.	$\sqrt{9}$	10.	$\sqrt{100}$	17.	$\sqrt{324}$
4.	$\sqrt{16}$	11.	$\sqrt{121}$	18.	$\sqrt{361}$
5.	$\sqrt{25}$	12.	$\sqrt{144}$	19.	$\sqrt{400}$
6.	$\sqrt{36}$	13.	$\sqrt{169}$	20.	$\sqrt{625}$
7.	$\sqrt{49}$	14.	$\sqrt{196}$	21.	$\sqrt{1225}$

Οι πιο πολλές από τις πιο πάνω ρίζες χρησιμοποιούνται συχνά και για αυτό καλό είναι να τις μάθουμε.

Να υπολογισθούν οι πιο κάτω ρίζες:

1.	$\sqrt[3]{27}$
2.	$\sqrt[4]{16}$
3.	$\sqrt[4]{81}$
4.	$\sqrt[6]{64}$
5.	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$
6.	$\sqrt[5]{32}$
7.	$\sqrt[3]{64}$

8.	$\sqrt[3]{0,001}$
9.	$\sqrt{0,04}$
10.	$\sqrt{0,09}$
11.	$\sqrt[3]{0,027}$
12.	$\sqrt[4]{81}$
13.	$\sqrt{\frac{4}{9}}$
14.	$\sqrt{\frac{196}{225}}$

15.	$\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}$
16.	$\sqrt{\frac{324}{121}}$
17.	$\sqrt[4]{625}$
18.	$\sqrt[3]{8000}$
19.	$\sqrt{62500}$
20.	$\sqrt{122500}$
21.	$\sqrt{12,25}$

Πρέπει να γίνει ξεκάθαρο ότι αν δηλωθεί ότι ο αριθμός α είναι πραγματικός αριθμός τότε μπορεί να είναι αρνητικός (πχ -2, -3, -4, -3/4 κλπ) ή θετικός (πχ. 5, 7,3, -1/2 κλπ) ή μηδέν (0). Συνεπώς αν σε μία σχέση εμφανισθεί ο +α τότε δεν πρέπει να θεωρηθεί ως θετικός, αλλά να αναζητήσουμε από τα δεδομένα της εκφώνησης αν είναι θετικός ή αρνητικός ή μηδέν. Αν από τα δεδομένα δεν εξάγεται τέτοιο συμπέρασμα τότε ή δεν χρειάζεται να ξέρουμε τι είναι ή θα πάρουμε περιπτώσεις. Ανάλογα ισχύουν αν εμφανίζεται ο –α, δηλαδή δεν πρέπει να θεωρηθεί αρνητικός.

Με βάση αυτό το σκεπτικό και τον ορισμό της ρίζας, στον οποίο έχουμε πει ότι η ποσότητα που βρίσκεται μέσα στο ριζικό άλλα και το αποτέλεσμα της ρίζας πρέπει να είναι θετικοί αριθμοί, έχουμε ότι:

Αν α θετικός αριθμός ή το μηδέν, τότε $\sqrt{\alpha^2}=\alpha$

Αν α αρνητικός αριθμός τότε $\sqrt{\alpha^2}=|\alpha|$

Άσκηση 2η

Να υπολογισθούν οι $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$, $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$, $\sqrt{(\sqrt[3]{9}-2)^2}$, $\sqrt{\left(\frac{\pi}{2}-2\right)^2}$

Λύση:

- Επειδή δεν γνωρίζουμε αν η ποσότητα (x-1) είναι θετική ή αρνητική γράφουμε $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$
- Επειδή $\sqrt{2}>1$ έχουμε $\sqrt{2}-1>0$ άρα γράφουμε $\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=\sqrt{2}-1$
- Επειδή $2^2<5$ έχουμε ότι $\sqrt{5}>2$ άρα $2-\sqrt{5}<0$ και συνεπώς γράφουμε $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}=\left|2-\sqrt{5}\right|=-\left(2-\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}-2$
- Επειδή $2^3=8<9$ έχουμε ότι $\sqrt[3]{9}>2$ άρα $\sqrt[3]{9}>2\Leftrightarrow\sqrt[3]{9}-2>0$ και συνεπώς γράφουμε $\sqrt{\left(\sqrt[3]{9}-2\right)^2}=\sqrt[3]{9}-2$
- Επειδή π=3,14…<3,2 έχουμε ότι το π/2<3,2/2=1,6<2, άρα $\frac{\pi}{2}<2\Leftrightarrow\frac{\pi}{2}-2<0$ συνεπώς $\sqrt{\left(\frac{\pi}{2}-2\right)^2}=\left|\frac{\pi}{2}-2\right|=-\left(\frac{\pi}{2}-2\right)=2-\frac{\pi}{2}$

Να υπολογισθούν οι πιο κάτω ρίζες:

1. $\sqrt{(-15)^2}$
2. $\sqrt{(\pi-3)^2}$
3. $\sqrt{(\sqrt{5}-5)^2}$
4. $\sqrt{5^2}$
5. $\sqrt{(3-\sqrt{15})^2}$
6. $\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$
7. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}$
8. $\sqrt{(5-\sqrt[3]{3})^2}$
9. $\sqrt{(\sqrt[5]{240}-\sqrt[3]{127})^2}$

<u>Μερικές Σχέσεις για Ρίζες που θα μας βοηθήσουν στις Ασκήσεις</u>

Αν $\alpha,\beta\geq 0$ τότε:

1. $\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\nu]{\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha\cdot\beta}$
2. $\frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}=\sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}}$
3. $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}}=\sqrt[\mu\cdot\nu]{\alpha}$
4. $\sqrt[\nu\cdot\rho]{\alpha^{\mu\cdot\rho}}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$
5. $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}\cdot\beta}=\alpha\sqrt[\nu]{\beta}$
6. $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}=\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$ μ ακέραιος, ν θετικός ακέραιος

Άσκηση 3η

Να υπολογισθεί η παράσταση $\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{98}+\sqrt{50}+\sqrt{2}}{\sqrt{8}+\sqrt{72}+\sqrt{128}}$

Λύση:

Αν ο αριθμός που βρίσκεται κάτω από την ρίζα δεν είναι τέλειο τετράγωνο προσπαθούμε να τον αναλύσουμε σε δύο παράγοντες από τους οποίους ο ένας να είναι τέλειο τετράγωνο (δηλαδή να υπάρχει ακέραιος θετικός του οποίου το τετράγωνο είναι ο αριθμός πχ ο 4 ή ο 25 κλπ) και ο άλλος προφανώς δεν θα είναι αφού αν ήταν και αυτός τότε ο αρχικός αριθμός θα ήταν τέλειο τετράγωνο.

Έχουμε $\sqrt{18}=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}=3\cdot\sqrt{2}$, επίσης $\sqrt{98}=\sqrt{49\cdot 2}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{2}=7\cdot\sqrt{2}$, $\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\cdot\sqrt{2}$, επίσης $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\cdot\sqrt{2}$, $\sqrt{72}=\sqrt{36\cdot 2}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{2}=6\cdot\sqrt{2}$ και $\sqrt{128}=\sqrt{64\cdot 2}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{2}=8\cdot\sqrt{2}$.

Άρα $\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{98}+\sqrt{50}+\sqrt{2}}{\sqrt{8}+\sqrt{72}+\sqrt{128}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{2}+7\cdot\sqrt{2}+5\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2\cdot\sqrt{2}+6\cdot\sqrt{2}+8\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot(3+7+5+1)}{\sqrt{2}\cdot(2+6+8)}=\dfrac{16}{16}=1$

ΚΑΙ ΕΝΑ ΚΟΥΙΖ

Πόσα πρόσωπα βλέπεται στο πιο κάτω σκίτσο;