

## ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

1. Ένα κουτί περιέχει 5 άσπρες, 9 μαύρες και 16 κόκκινες και πράσινες μπάλες. Επιλέγουμε τυχαία μια μπάλα. Δίνονται τα ενδεχόμενα:

A: η μπάλα είναι άσπρη

B: η μπάλα είναι κόκκινη

Γ: η μπάλα είναι πράσινη.

α) Να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων τα ενδεχόμενα:

i) η μπάλα δεν είναι άσπρη

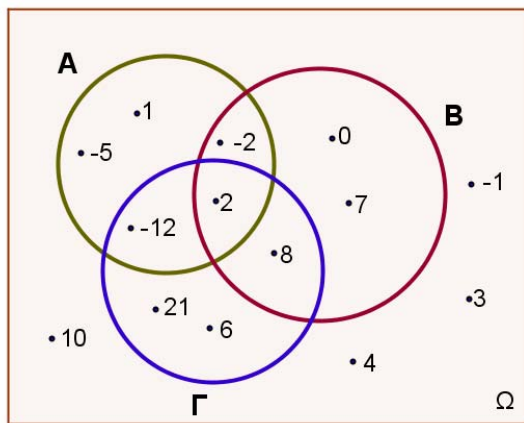
ii) η μπάλα είναι κόκκινη ή πράσινη.

β) Να βρείτε την πιθανότητα των παραπάνω ενδεχομένων.  $P(A')=25/30$ ,  $P(K \cup \Pi)=16/30$

2. α) Αν A, B, Γ είναι τρία ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ενός πειράματος τύχης, να διατυπώσετε λεκτικά τα παρακάτω ενδεχόμενα:

i)  $A \cup B$  ii)  $B \cap \Gamma$  iii)  $(A \cap B) \cap \Gamma$  iv)  $A'$

β) Στο παρακάτω σχήμα παριστάνονται με διάγραμμα Venn ο παραπάνω δειγματικός χώρος  $\Omega$  και τα τρία ενδεχόμενα A, B και Γ αυτού. Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης των ενδεχομένων του (α) ερωτήματος.



3. Ένα τηλεοπτικό παιχνίδι παίζεται με ζεύγη αντιπάλων των δυο φύλων. Στο παιχνίδι συμμετέχουν 3 άντρες, ο Δημήτρης (Δ), ο Κώστας (Κ), ο Μιχάλης (Μ) και 2 γυναίκες, η Ειρήνη (Ε) και η Ζωή (Ζ). Επιλέγονται στην τύχη ένας άντρας και μια γυναίκα για να διαγωνιστούν και καταγράφονται τα ονόματά τους.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων

A : Να διαγωνίστηκαν ο Κώστας ή ο Μιχάλης .

B : Να διαγωνίστηκε η Ζωή.

Γ: Να μη διαγωνίστηκε ούτε ο Κώστας ούτε ο Δημήτρης.

4. Από τους μαθητές ενός Λυκείου, το 25% συμμετέχει στη θεατρική ομάδα, το 30% συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου και το 15% των μαθητών συμμετέχει και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή. Αν ονομάσουμε τα ενδεχόμενα:

A: ο μαθητής να συμμετέχει στη θεατρική ομάδα.

B: ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου,

α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα: i)  $A \cup B$  ii)  $A \cap B$  iii)  $B - A$  iv)  $A'$ .

β) να υπολογίσετε τις πιθανότητες πραγματοποίησης των ενδεχομένων

i) ο μαθητής που επιλέχθηκε να συμμετέχει μόνο στην ομάδα ποδοσφαίρου

ii) ο μαθητής που επιλέχθηκε να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.

5. Δίνονται δύο ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  και οι πιθανότητες  $P(A) = \frac{3}{4}$ ,

$$P(A-B) = \frac{5}{8} \text{ και } P(B) = \frac{1}{4}.$$

**α)** Να υπολογίσετε την  $P(A \cap B)$ .

**β) i)** Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο « $A$  ή  $B$ ».

**ii)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης του παραπάνω ενδεχομένου.

6. Δίνεται ο πίνακας

|    |    |    |
|----|----|----|
| 11 | 12 | 13 |
| 21 | 22 | 23 |
| 31 | 32 | 33 |

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους εννέα διψήφιους αριθμούς του παραπάνω πίνακα.

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης των παρακάτω ενδεχομένων:

$A$ : ο διψήφιος να είναι άρτιος

$B$ : ο διψήφιος να είναι άρτιος και πολλαπλάσιο του 3.

$\Gamma$ : ο διψήφιος να είναι άρτιος ή πολλαπλάσιο του 3.

7. Δίνεται το σύνολο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  και τα υποσύνολά του  $A = \{1, 2, 4, 5\}$  και  $B = \{2, 4, 6\}$ .

**α)** Να παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα Venn, με βασικό σύνολο το  $\Omega$ , τα σύνολα  $A$  και  $B$ .  
Κατόπιν, να προσδιορίσετε τα σύνολα  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$  και  $B'$ .

**β)** Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του  $\Omega$ . Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

**i)** Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο  $A$ .

**ii)** Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$ .

**iii)** Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα  $A, B$ .

8. Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου, το 50% μαθαίνει πιάνο, το 40% μαθαίνει κιθάρα, ενώ το 10% των σπουδαστών μαθαίνει και τα δύο αυτά όργανα. Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

$A$ : ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο.

$B$ : ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα.

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:

**α)** Ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει ένα τουλάχιστον από τα δύο παραπάνω όργανα.

**β)** Ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα δύο παραπάνω όργανα.

9. Το 70% των κατοίκων μιας πόλης έχει αυτοκίνητο, το 40% έχει μηχανάκι και το 20% έχει και αυτοκίνητο και μηχανάκι. Επιλέγουμε τυχαία έναν κάτοικο αυτής της πόλης. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

$A$ : ο κάτοικος να έχει αυτοκίνητο

$M$ : ο κάτοικος να έχει μηχανάκι.

**α)** να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα: **i)**  $A \cup M$     **ii)**  $M - A$     **iii)**  $M'$ .

**β)** Να βρείτε την πιθανότητα ο κάτοικος που επιλέχθηκε :

**i)** Να μην έχει μηχανάκι.

**ii)** Να μην έχει ούτε μηχανάκι ούτε αυτοκίνητο.

10. Από τους 180 μαθητές ενός λυκείου, 20 μαθητές συμμετέχουν στη θεατρική ομάδα, 30 μαθητές συμμετέχουν στην ομάδα στίβου, ενώ 10 μαθητές συμμετέχουν και στις δύο ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή του λυκείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:  
 A: ο μαθητής συμμετέχει στη θεατρική ομάδα  
 B: ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα στίβου  
 α) να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα: i)  $A \cup B$  ii)  $B - A$  iii)  $A'$   
 β) Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέχθηκε:  
 i) Να μη συμμετέχει σε καμία ομάδα.  
 ii) Να συμμετέχει μόνο στην ομάδα στίβου.
11. Ένα Λύκειο έχει 400 μαθητές από τους οποίους οι 200 είναι μαθητές της Α' τάξης. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα μαθητή, η πιθανότητα να είναι μαθητής της Γ' τάξης είναι 20%. Να βρείτε:  
 α) Το πλήθος των μαθητών της Γ' τάξης  
 β) Το πλήθος των μαθητών της Β' τάξης.  
 γ) Την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να είναι της Β' τάξης.
12. Σε ένα τμήμα της Α' Λυκείου κάποιοι μαθητές παρακολουθούν μαθήματα Αγγλικών και κάποιοι Γαλλικών. Η πιθανότητα ένας μαθητής να μην παρακολουθεί Γαλλικά είναι 0,8. Η πιθανότητα ένας μαθητής να παρακολουθεί Αγγλικά είναι τετραπλάσια από την πιθανότητα να παρακολουθεί Γαλλικά. Τέλος, η πιθανότητα ένας μαθητής να παρακολουθεί μαθήματα τουλάχιστον μιας από τις δύο γλώσσες είναι 0,9.  
 α) Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη.  
 i) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα και των δύο γλωσσών;  
 ii) Ποια είναι η πιθανότητα αυτός να παρακολουθεί μαθήματα μόνο μιας από τις δύο γλώσσες;  
 β) Αν 14 μαθητές παρακολουθούν μόνο Αγγλικά, πόσοι είναι οι μαθητές του τμήματος;
13. Η εξέταση σε ένα διαγωνισμό των Μαθηματικών περιλάμβανε δύο θέματα τα οποία έπρεπε να απαντήσουν οι εξεταζόμενοι. Για να βαθμολογηθούν με άριστα έπρεπε να απαντήσουν και στα δύο θέματα, ενώ για να περάσουν την εξέταση έπρεπε να απαντήσουν σε ένα τουλάχιστον από τα δύο θέματα. Στο διαγωνισμό εξετάστηκαν 100 μαθητές. Στο πρώτο θέμα απάντησαν σωστά 60 μαθητές. Στο δεύτερο θέμα απάντησαν σωστά 50 μαθητές, ενώ και στα δύο θέματα απάντησαν σωστά 30 μαθητές. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή.  
 α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων (ορίζοντας τα κατάλληλα ενδεχόμενα) τα παραπάνω δεδομένα.  
 β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής:  
 i) Να απάντησε σωστά μόνο στο δεύτερο θέμα.  
 ii) Να βαθμολογηθεί με άριστα.  
 iii) Να μην απάντησε σωστά σε κανένα θέμα.  
 iv) Να πέρασε την εξέταση.
14. Σε μια ομάδα που αποτελείται από 7 άνδρες και 13 γυναίκες, 4 από τους άνδρες και 2 από τις γυναίκες παίζουν σκάκι. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα άτομα αυτά.  
 α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων το ενδεχόμενο το άτομο που επιλέχθηκε:  
 i) να είναι άνδρας ή να παίζει σκάκι.  
 ii) να μην είναι άνδρας και να παίζει σκάκι.  
 β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα το άτομο που επιλέχθηκε να είναι γυναίκα και να παίζει σκάκι.

15. Οι δράστες μιας κλοπής διέφυγαν μ' ένα αυτοκίνητο και μετά από την κατάθεση διαφόρων μαρτύρων έγινε γνωστό ότι ο τετραψήφιος αριθμός της πινακίδας του αυτοκινήτου είχε πρώτο και τέταρτο ψηφίο το 2. Το δεύτερο ψηφίο ήταν 6 ή 8 ή 9 και το τρίτο ψηφίο του ήταν 4 ή 7.
- α) Με χρήση δένδροδιαγράμματος, να προσδιορίσετε το σύνολο των δυνατών αριθμών της πινακίδας του αυτοκινήτου.
- β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων  
 Α: Το τρίτο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι το 7.  
 Β: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας είναι 6 ή 8.  
 Γ: Το δεύτερο ψηφίο του αριθμού της πινακίδας δεν είναι ούτε 8 ούτε 9.
16. Από μια έρευνα μεταξύ μαθητών ενός Λυκείου της χώρας, προέκυψε ότι το 80% των μαθητών πίνει γάλα ή τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι στο σπίτι το πρωί. Επιλέγουμε ένα μαθητή στην τύχη και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:  
 Α: ο μαθητής πίνει γάλα  
 Β: ο μαθητής τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι  
 Αν από το σύνολο των μαθητών το 60% πίνει γάλα και το 45% τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι,
- α) Να ορίσετε με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα ενδεχόμενα:  
 i) ο μαθητής ούτε να πίνει γάλα ούτε να τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι  
 ii) ο μαθητής να πίνει γάλα και να τρώει δυο φέτες ψωμί με βούτυρο και μέλι  
 iii) ο μαθητής να πίνει μόνο γάλα.
- β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης των ενδεχομένων του α) ερωτήματος.
17. Μια ημέρα, στο τμήμα  $A_1$  ενός Λυκείου, το  $\frac{1}{4}$  των μαθητών δεν έχει διαβάσει ούτε Άλγεβρα ούτε Γεωμετρία, ενώ το  $\frac{1}{3}$  των μαθητών έχει διαβάσει και τα δύο αυτά μαθήματα. Η καθηγήτρια των μαθηματικών επιλέγει τυχαία ένα μαθητή για να τον εξετάσει. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:  
 Α: ο μαθητής να έχει διαβάσει Άλγεβρα  
 Γ: ο μαθητής να έχει διαβάσει Γεωμετρία
- α) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και με χρήση της γλώσσας των συνόλων τα δεδομένα του προβλήματος.
- β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής:  
 i) να έχει διαβάσει ένα τουλάχιστον από τα δύο μαθήματα  
 ii) να έχει διαβάσει ένα μόνο από τα δυο μαθήματα.
- γ) Αν γνωρίζουμε επιπλέον ότι οι μισοί από τους μαθητές έχουν διαβάσει Γεωμετρία, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής:  
 i) να έχει διαβάσει Γεωμετρία.  
 ii) να έχει διαβάσει Άλγεβρα.