ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Τι είναι όμως η **γραφική παράσταση** μιας συνάρτησης;

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια συνάρτηση $y=f(x)$ της οποίας το πεδίο ορισμού είναι το Α. Τότε γραφική παράσταση της συνάρτησης λέμε το σύνολο σημείων του επιπέδου Μ(x, y) για τα οποία ισχύει $y=f(x)$, δηλαδή τα σημεία του επιπέδου Μ(x, $f(x)$) για όλα τα x του συνόλου Α.

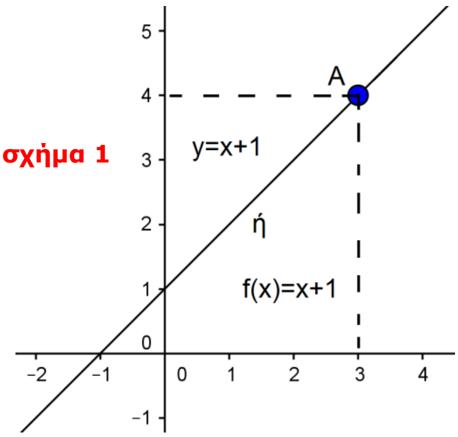
Την γραφική παράσταση της f την συμβολίζουμε με C_f.

πχ: Όταν γράφουμε C_h εννοούμε την γραφική παράσταση της $h(x)$ ενώ αν γράψουμε C_g εννοούμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)$

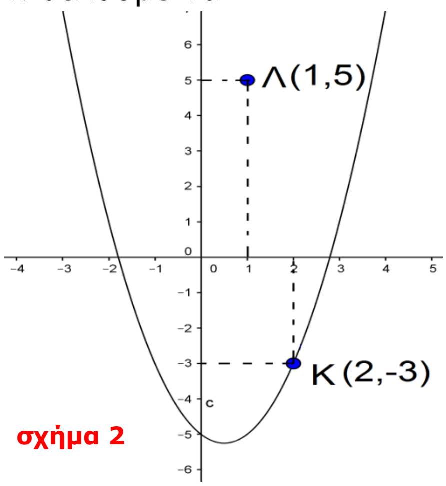
Ο τύπος της συνάρτησης $y=f(x)$, επαληθεύεται από τα σημεία της C_f και μόνο από αυτά.

πχ: Αν το σημείο Α(3, 4) είναι στην γραφική παράσταση της συνάρτησης C_f, σημαίνει ότι αν θέσουμε στην θέση του x το 3 τότε η τιμή της συνάρτησης είναι 4, δηλαδή $f(3)=4$. Στο σχήμα 1 έχουμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x+1$, για την οποία ισχύει $f(3)=3+1=4$. Άρα το σημείο Α(3, 4) είναι στην γραφική παράσταση της συνάρτησης C_f .

σχήμα 1



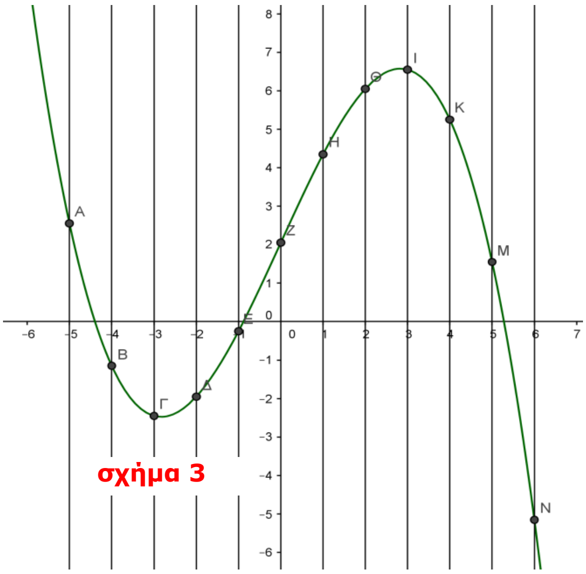
Ας δούμε ένα ακόμα παράδειγμα. Έστω ότι θέλουμε να διαπιστώσουμε αν το σημείο Κ(2, -3) είναι σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x)=x^2-x-5$ Θέτουμε όπου x το 2 και έχουμε $f(2)=2^2-2-5=4-2-5=-3$ που είναι η τεταγμένη του Κ. Άρα το σημείο Κ βρίσκεται στην γραφική παράσταση της f. Ας διερευνήσουμε αν το Λ(1, 5) είναι σημείο της C_f. Έχουμε $f(1)=1^2-1-5=1-1-5=-5$ που είναι διάφορο του 5 άρα το Λ δεν βρίσκεται στην γραφική παράσταση της f



σχήμα 2

Τον τύπο της συνάρτησης *f* τον αποκαλούμε και εξίσωση της C_f.

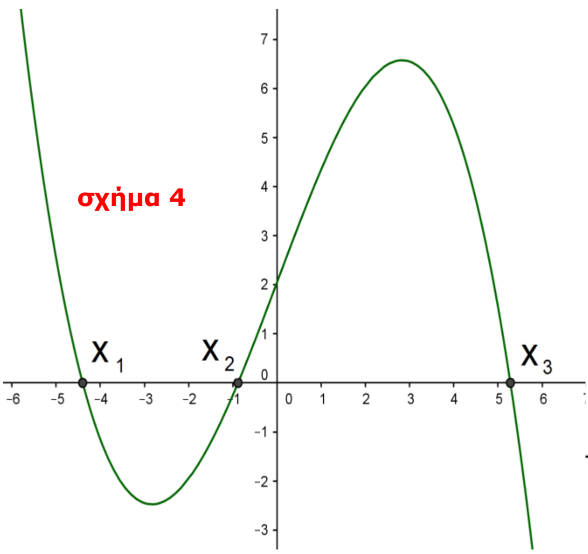
Επειδή από τον ορισμό της συνάρτησης προκύπτει ότι κάθε x του πεδίου ορισμού του Α αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο *y* του συνόλου τιμών, έχουμε ότι δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης C_f της *f* τα οποία να έχουν κοινό x, άρα οι κατακόρυφες ευθείες από όλα τα σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης *f* τέμνουν σε ένα ακριβώς σημείο την γραφική παράσταση. Γενικότερα οποιαδήποτε κατακόρυφη ευθεία τέμνει την C_f το πολύ σε ένα σημείο.



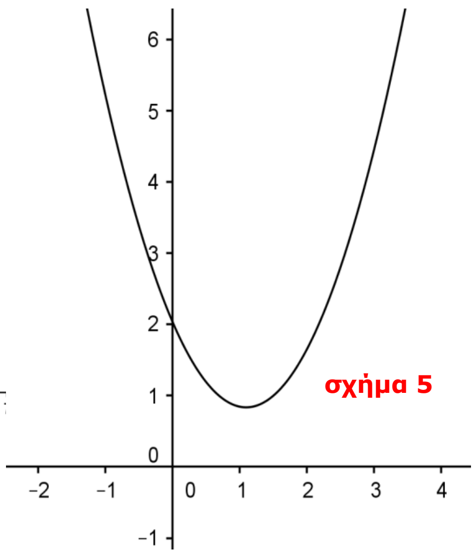
σχήμα 3

Από τα πιο πάνω προκύπτει ότι αν ένα σημείο ανήκει στην C_f τότε οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την συνάρτηση αλλά και το αντίστροφο, αν ενός σημείου οι συντεταγμένες επαληθεύουν τον τύπο μιας συνάρτησης τότε το σημείο βρίσκεται πάνω στην C_f.

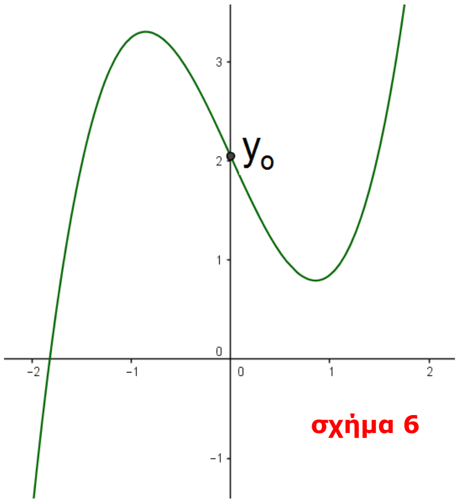
Αν θέλουμε να βρούμε που η C_f τέμνει τον άξονα x'x, λύνουμε την *f(x)=0*, διότι, αν υπάρχει τέτοιο σημείο θα είναι της μορφής $(x_o, 0)$ αφού βρίσκεται πάνω στον x'x. Η εξίσωση *f(x)=0* μπορεί να έχει περισσότερες από μία λύση (βλέπε σχήμα 4 τις x_1, x_2, x_3). Αν η εξίσωση *f(x)=0* δεν έχει λύση τότε η C_f δεν τέμνει τον άξονα x'x (βλέπε σχήμα 5. Η C_f δεν τέμνει τον x'x).



σχήμα 4


σχήμα 5

Αν θέλουμε να βρούμε που η C_f τέμνει τον άξονα y'y θέτουμε όπου x=0 και υπολογίζουμε το *f(0)*, διότι αν υπάρχει τέτοιο σημείο θα είναι της μορφής $(0, y_o)$. Αν στο πεδίο ορισμού της *f* δεν περιλαμβάνεται το 0 είναι προφανές ότι δεν έχει νόημα να επιχειρήσουμε τον υπολογισμό *f(0)* και συνεπώς η C_f δεν τέμνει τον y'y.



σχήμα 6

Πρέπει να επισημάνουμε ότι η C_f μπορεί να τέμνει τον x'x σε πολλά σημεία που θα είναι οι λύσεις της *f(x)=0*,(σχήμα 4), αλλά τον άξονα y'y το πολύ σε ένα σημείο (σχήμα 6), αφού είναι κατακόρυφη και όπως είπαμε οι κατακόρυφες τέμνουν σε ένα το πολύ σημείο την C_f και ο άξονας y'y είναι κατακόρυφη ευθεία η x=0.